

引張을 받는 矩形板内の 孔穴形 Notch의 應力分布에 對하여

權 麒 麟

On the Stress Distribution of a Rectangular plate
Having a Grooved-hole type notch under Tension

Ki-rin Kwon

Summary

In this paper, by means of two dimensional photoelastic experiment, dealt with the stress distribution of a rectangular plate having a grooved-hole notch under tension. Four parameters are taken consideration, length of the plate, angles formed by perpendicular axis to load direction and notch center line, eccentric distance from central point of the plate, and notch length.

The results may be summarized as follows:

The smaller the values of L/B and the larger the values of $b/2B$ is, the larger grows the stress concentration factor. Also no matter how small or large the values of L/B may be, in case of $b/2B \geq 0.5$, K_t increased more rapidly.

By changing both b/B and β , the larger the values of β , K_t decreased, whereas the larger the values of b/B , it increased.

The smaller the values of $2b/B$ and e/c is, the smaller diminishes the stress concentration factor.

緒 言

一般的으로 引張力을 받고 있는 板에 各種形態의 notch가 주어지면 notch部分에 應力集中이 일어남은 잘 알려진 事實이다. 特히 各樣의 幾何學的인 notch가 주어져 複雜한 構造가 되었을 때, 各種의 應力集中要因들이 서로 겹쳐져서 形狀의 差로 새로이 取扱될 때의 正確한 應力計算은, 數學的으로나 材料力學的으로 求하기는 매우 어려울뿐더러 또한 이 境遇 그 應力 peak에 있어서는 겹쳐지기 以前의 것에 比하여 過大하게 增大되는 傾向이 있다.

平野(1955)는 大小 두 圓이 겹쳐 小圓 中心이 大圓의 圓周上에 있게한 形狀의 구멍을 갖는 無限平板 및 한 個의 圓의 周邊에 尖端의 曲率半徑 ρ 인 均一狀의 notch를 갖는 形狀의 孔穴이 있는 無限平板의 各 引張 및 彎曲의 境遇에 대하여 또 Inglis(1973)는 無限板中에 길이 $2L$ 인 노치를 갖는 板이 引張을 받는 경우에 대하여 各 應力集中係數를 求하였고, 西原(1966)는 notch 低部에서 貫通하는 圓孔을 갖는 角棒이 引張力을 받는 경우의 應力集中係數를 近似的으로 求하는 方法을 考察하였으며, 또한 Heywood(1970)는 板의 外部에 半圓形, U字形 notch를 가질 때 引

張에 依한 應力集中係數를 求할 수 있는 實驗式을 發表하였다.

또 藤井(1957)은 半圓形 notch가 주어져 있는 板이 引張을 받아 저변에 크랙이 생겼을 때 Crack 先端의 應力集中에 대한 式을 發表한 바 있고, 金(1977)은 圓弧 Notch에 V型 Notch가 겹쳤을 때 重複應力集中係數를 求한 바 있다. 本考에서는 幾何學的인 複雜한 構造物의 notch의 形態로써 孔穴(Grooved-hole型)를 가진 notch의 自由周邊 應力分布에 대해 notch(有似크랙) 位置, 길이 및 板의 길이가 應力集中에 미치는 影響을 光彈性實驗 方法을 通하여 分析 調査 檢討하였다.

材料 및 方法

試驗片

試驗片은 大概 光彈性 實驗用으로 쓰이고 있는 epoxy 樹脂板을 使用하였고, 製作된 試驗片의 形狀의 種類로써는 板의 幅을 $2B$, 노치길이 b (또는 $2b$), 板의 길이 $2L$, 板의 中心으로 부터의 偏心거리 e , 荷重軸에 垂直인 方向과 노치길이方向 中心線이 이루는 角을 β 라 할때, Fig.2.의 (A)(B)(C)와 같이 하여

- (A) 片側孔穴 notch를 갖고 있는 矩形板
- (B) 偏心된 孔穴 notch를 갖는 矩形板
- (C) 中央傾斜 孔穴 notch를 갖는 矩形板의 三種으로 하되, (A)의 試片은 板의 길이L와 노치길이b가

應力集中에 미치는 影響을 考察하기 爲해서 $b/2B = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, L/B=1, 1.5,$ 2의 規格에 맞게 各各 製作하였고, (B)의 試片은 偏心거리e와 노치길이 $2b$ 가 應力集中에 미치는 影響을

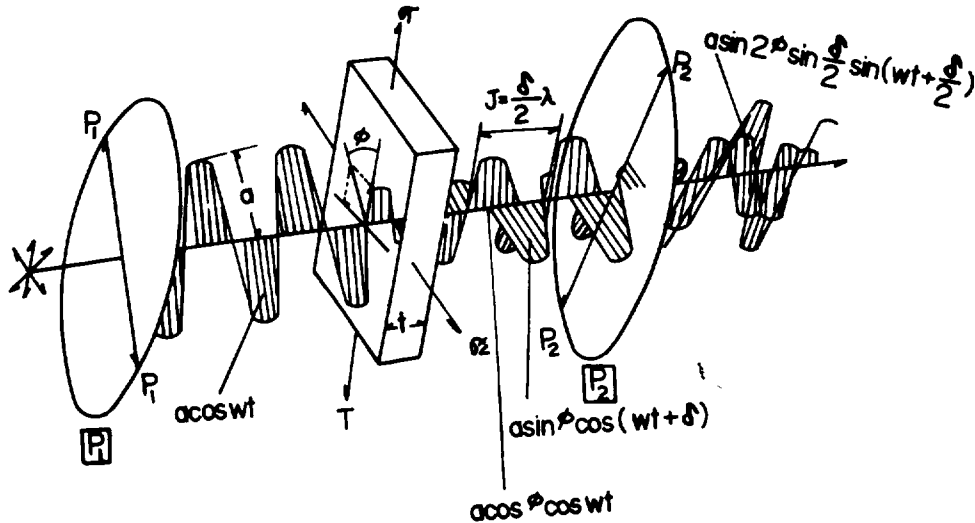


Fig.1. Explanation to experimental stress analysis based on photo elasticity

考察하기 爲해서 $e/c = 0.0, 0.25, 0.66, 2b/B = 0.2, 0.4, 0.6$ 으로 變化시키고, (C)의 試片은 노치 길이 方向의 中心線과 荷重軸에 垂直인 方向이 이루는 角이 應力集中에 미치는 影響을 考察하기 爲해 $\beta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 로 4回 變化시켜 規格대로 各各 製作하였다.

以上과 같은 各種 試驗片은 均一한 두께 6mm 이었고, 그 物理的 特性值(辻等, 1965)는 $\frac{\Delta n}{\sigma} = 5.2 \text{ cm/dyne}$, $\alpha_p = 0.14 \text{ mm/kg}$, $E = 302 \text{ kg/mm}^2$ 이었다.

試片의 주어진 形狀加工은 一般的인 機械工作法에 依하였으나 容易하게 順調로왔고 時間線效果는 없었으며 또한 孔穴의 Final Finishing은 手加工에 依하였다.

實驗裝置 및 實驗方法

製作된 個個의 試片을 光源(A·C 100 V 200 W 灯 強制冷却用 fan 附着)으로 부터의 빛 方向에 垂直으로 세운 偏光板과 檢光板 사이의 荷重臺에 세워놓고, 一定荷重 54 kg 을 주어 나타나는 fringe pattern

를 撮影 現像하여 最大應力點과 그 應力 peak σ_{max} 를 等色曲線에서 찾아내어 $\frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$ 의 값을 計算하였다. σ_n 은 公稱應力이다. 또한 等傾線에 대하여는 Filter를 除去하여 使用하였고, 孔穴 notch 先端에서 β 角의 선에 따른 marked point에 대한 主應力方向은 Polarizer 및 Analyzer를 垂直으로 維持하면서 回轉시켜 그들 點을 等傾線이 지날때의 P_1, P_2 의 相對回轉角을 量어 나갔다.

그리고 光彈性感度の 檢定은 兩端支持 beam의 純粹 bending法에 따랐으며, $\alpha_p = \frac{N_{max} \cdot B^2}{6Pa}$ ($B = 18.3, P = 54, a = 14$)에서 光彈性感度 α_p 는 0.738 로 計算되었고, 따라서 實驗에 使用한 檢光板上의 한 무늬當 應力 S 는 1.355 kg/mm 로 計算되었다.

結果 및 考察

以上과 같은 實驗結果에서 孔穴노치 位置와 길이 및 板의 幅에 對한 比에 따라서 應力集中狀態는 달라지며, 이 境遇 公稱應力 σ_n 은 荷重과 各種 試片의 두께가

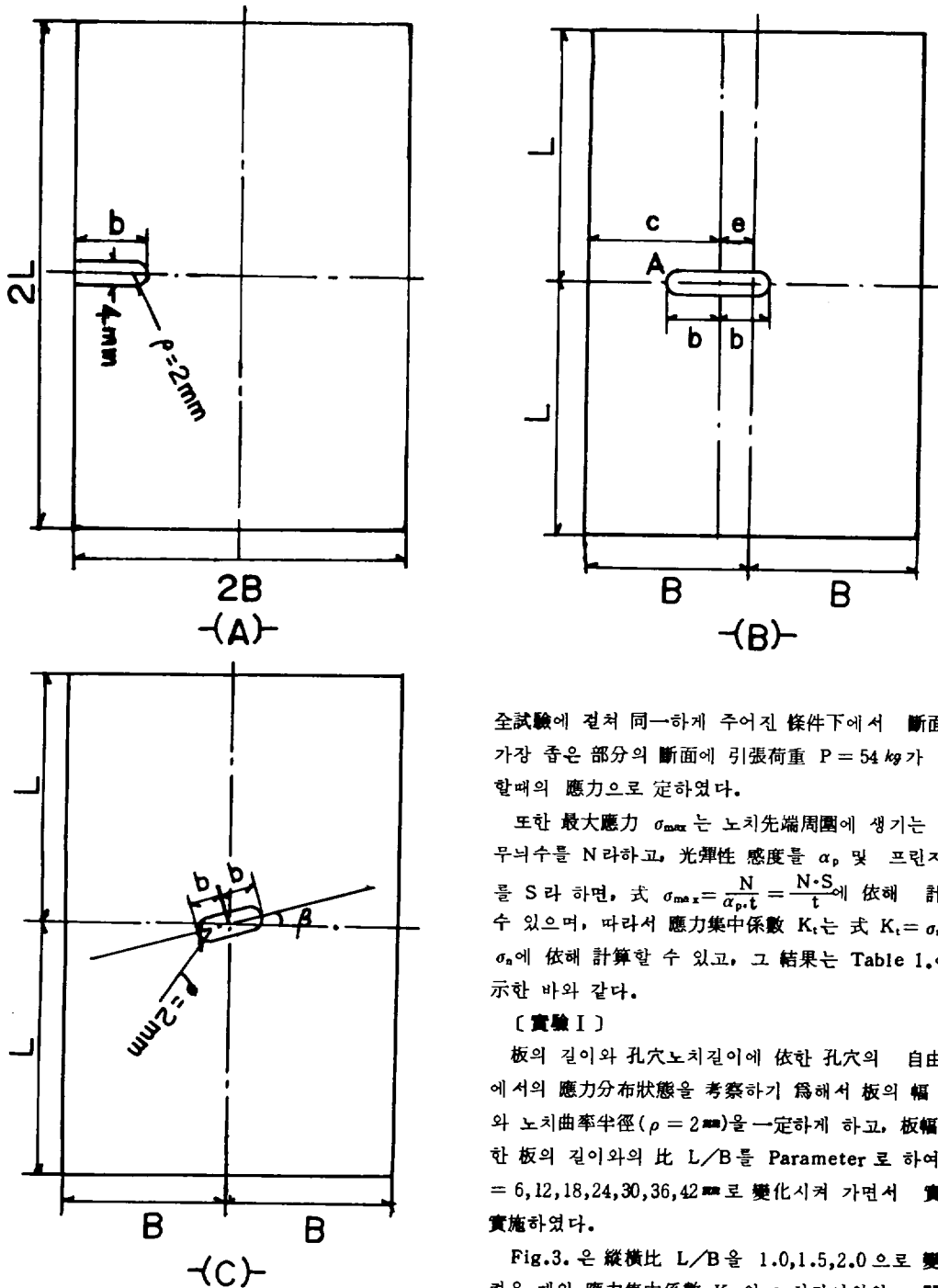


Fig.2. Specimen for grooved-hole stress concentration factor in tension test.

全試驗에 걸쳐 同一하게 주어진 條件下에서 斷面幅이 가장 좁은 部分의 斷面に 引張荷重 $P = 54 \text{ kg}$ 가 作用할때의 應力으로 定하였다.

또한 最大應力 σ_{max} 는 노치先端周圍에 생기는 最大 무늬수를 N 라하고, 光彈性 感度를 α_p 및 프린지常數를 S 라 하면, 式 $\sigma_{max} = \frac{N}{\alpha_p \cdot t} = \frac{N \cdot S}{t}$ 에 依해 計算할 수 있으며, 따라서 應力集中係數 K_t 는 式 $K_t = \sigma_{max} / \sigma_a$ 에 依해 計算할 수 있고, 그 結果는 Table 1.에 表示한 바와 같다.

[實驗 I]

板의 길이와 孔穴노치길이에 依한 孔穴의 自由周邊에서의 應力分布狀態를 考察하기 爲해서 板의 幅 $2B$ 와 노치曲率半徑($\rho = 2 \text{ mm}$)을 一定하게 하고, 板幅에 대한 板의 길이와의 比 L/B 를 Parameter로 하여 $b = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 \text{ mm}$ 로 變化시켜 가면서 實驗을 實施하였다.

Fig.3. 은 縱橫比 L/B 을 $1.0, 1.5, 2.0$ 으로 變化시켰을 때의 應力集中係數 K_t 와 노치길이와의 關係를 나타내는 것으로, 이 graph를 考察해보면, 縱橫比 즉 板幅에 대한 길이와의 比 L/B 값을 1.0 으로부터 2.0

Table 1. Calculation results for Maximum stress and Stress concentration factor.

	2B(㎜)	b(㎜)	2L(㎜)	b/2B	N	$\sigma_n(\text{kg}/\text{mm}^2)$	$\sigma_{\max}(\text{kg}/\text{mm}^2)$	Kt
1	60	6	60	0.1	2.4	0.166	0.540	3.25
2	"	12	"	0.2	2.8	0.187	0.630	3.36
3	"	18	"	0.3	3.3	0.214	0.742	3.46
4	"	24	"	0.4	4.0	0.250	0.900	3.60
5	"	30	"	0.5	5.4	0.300	1.215	4.05
6	"	36	"	0.6	7.8	0.375	1.755	4.68
7	"	42	"	0.7	13.0	0.500	2.925	5.85
8	"	6	90	0.1	2.2	0.166	0.495	2.98
9	"	12	"	0.2	2.5	0.187	0.562	3.12
10	"	18	"	0.3	3.1	0.214	0.697	3.25
11	"	24	"	0.4	3.7	0.250	0.832	3.33
12	"	30	"	0.5	4.8	0.300	1.080	3.60
13	"	36	"	0.6	6.8	0.375	1.530	4.08
14	"	42	"	0.7	12.0	0.500	2.700	5.40
15	"	6	120	0.1	2.0	0.166	0.450	2.71
16	"	12	"	0.2	2.3	0.187	0.517	2.76
17	"	18	"	0.3	2.7	0.214	0.607	2.83
18	"	24	"	0.4	3.2	0.250	0.720	2.88
19	"	30	"	0.5	4.1	0.300	0.920	3.07
20	"	36	"	0.6	5.9	0.375	1.327	3.54
21	"	42	"	0.7	10.5	0.500	2.362	4.72

	B(㎜)	2b(㎜)	e(㎜)	c(㎜)	L(㎜)	2b/B	e/c	N	$\sigma_n(\mu)$	$\sigma_{\max}(\mu)$	Kt
22	30	6	0	30	30	0.2	0	1.4	0.187	0.315	1.68
23	"	12	"	"	"	0.4	"	2.3	0.250	0.517	2.07
24	"	18	"	"	"	0.6	"	4.6	0.375	1.035	2.76
25	"	6	6	24	"	0.2	0.25	1.4	0.187	0.315	1.68
26	"	12	"	"	"	0.4	"	2.4	0.250	0.540	2.16
27	"	18	"	"	"	0.6	"	4.9	0.375	1.102	2.94
28	"	6	12	18	"	0.2	0.66	1.4	0.187	0.315	1.68
29	"	12	"	"	"	0.4	"	2.6	0.250	0.585	2.34
30	"	18	"	"	"	0.6	"	5.7	0.375	1.282	3.42
31	"	6	0	30	60	0.2	0	1.2	0.187	0.270	1.44
32	"	12	"	"	"	0.4	"	2.1	0.250	0.472	1.89
33	"	18	"	"	"	0.6	"	4.2	0.375	0.945	2.52
34	"	6	6	24	"	0.2	0.25	1.3	0.187	0.292	1.56
35	"	12	"	"	"	0.4	"	2.3	0.250	0.517	2.07
36	"	18	"	"	"	0.6	"	4.7	0.375	1.057	2.82
37	"	6	12	18	"	0.2	0.66	1.3	0.187	0.292	1.56
38	"	12	"	"	"	0.4	"	2.3	0.250	0.575	2.30
39	"	18	"	"	"	0.6	"	5.3	0.375	1.192	3.18

	2B(mm)	2b(mm)	2L(mm)	$\beta(^\circ)$	b/B	N	$\sigma_n(\%)$	$\sigma_{max}(\%)$	Kt
40	60	12	60	0	0.2	1.4	0.187	0.315	1.68
41	"	24	"	"	0.4	2.3	0.250	0.517	2.07
42	"	36	"	"	0.6	4.6	0.375	1.035	2.76
43	"	12	"	15	0.2	1.2	0.187	0.270	1.44
44	"	24	"	"	0.4	2.2	0.250	0.495	1.98
45	"	36	"	"	0.6	4.4	0.375	0.990	2.64
46	"	12	"	30	0.2	1.0	0.187	0.225	1.20
47	"	24	"	"	0.4	1.8	0.250	0.405	1.62
48	"	36	"	"	0.6	3.9	0.375	0.877	2.34
49	"	12	"	45	0.2	0.9	0.187	0.202	1.08
50	"	24	"	"	0.4	1.4	0.250	0.315	1.26
51	"	36	"	"	0.6	2.9	0.375	0.652	1.74
52	"	12	120	0	0.2	1.2	0.187	0.270	1.44
53	"	24	"	"	0.4	2.1	0.250	0.472	1.89
54	"	36	"	"	0.6	4.2	0.375	0.945	2.52
55	"	12	"	15	0.2	1.2	0.187	0.270	1.44
56	"	24	"	"	0.4	2.0	0.250	0.450	1.80
57	"	36	"	"	0.6	3.8	0.375	0.855	2.28
58	"	12	"	30	0.2	1.0	0.187	0.225	1.20
59	"	24	"	"	0.4	1.7	0.250	0.382	1.53
60	"	36	"	"	0.6	3.5	0.375	0.787	2.10
61	"	12	"	45	0.2	0.9	0.187	0.202	1.08
62	"	24	"	"	0.4	1.4	0.250	0.315	1.25
63	"	36	"	"	0.6	2.8	0.375	0.630	1.68

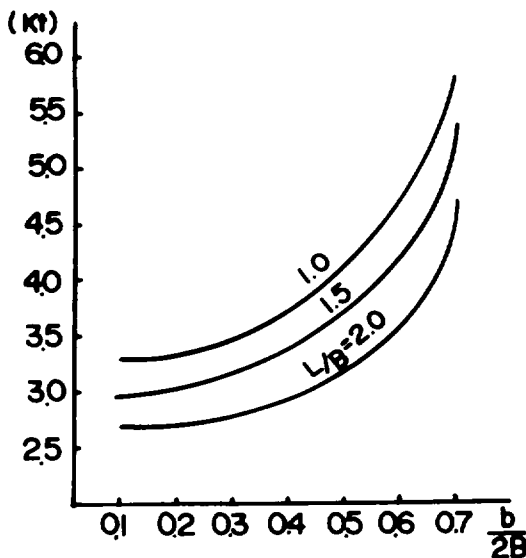


Fig.3. Relation between stress concentration factor and the ratio of notch length to width of plate.

으로 增加시킴에 따라 K_t 의 變動은 應力集中緩和現象에 依해서 漸次的으로 減少傾向임을 알 수 있다. 反面에 $b/2B$ 의 값이 增加할 때는 K_t 의 값은, 板의 縱橫比 L/B 의 各 曲線을 따라 上昇傾向임을 보여주고 있는데, 特히 $L/B = 1.0$ 및 1.5 의 曲線에 있어서는 $b/2B = 0.5$ 近處에서 그 값이 더욱 急한 上昇狀態를 그림은 보여주고 있다. 이러한 現象은 一般的인 曲率을 갖는 notch 現象에 대한 K_t 를 究明한 Heywood (1970) 의 方法을 適用하면, L/B 의 값이 1.5 까지는 矩形板中の notch 相對緣이 近거리에서 있으므로 因한, 깊은 U形노치 現象으로 볼 수 있기 때문이라고 생각된다. 또한 이같은 現象으로 미뤄보아 應力集中係數 K_t 는 $b/2B$ 의 增加幅이 클수록, 縱橫比의 값이 작을수록 應力集中現象이 더욱 擴大될 것으로 推定된다.

[實驗 II]

上下端에 引張力을 받는 矩形板의 中心에서 e만큼

偏心되어 (Fig.2. B) 있는 孔穴노치의 境遇, 그 偏心거리 e 와 노치길이 $2b$ 에 依한 노치의 自由周邊 (A端)에서의 應力分布狀態를 考察하기 爲해서, 前項에서와 같이 板의 幅 $2B$ 와 曲率半徑 $\rho = 2$ 로 一定하게 하고, e/c 를 parameter로 하여 $2b = 6, 12, 18$ 로 變化시켜 가면서 實驗을 實施하였다.

Fig.4.와 Fig.5.는 各各 矩形板의 縱橫比 $L/B = 1$ 과 2의 境遇에 대해서, $2b/B$ 와 應力集中係數 K_t 의 關係를 e/c 에 대하여 各已 나타낸 graph이다.

이 두 graph를 考察해 보면 $2B = 60$ 로 一定하게 固定한 狀態 ($B = 30$)下에서, $L/B = 1, 2$ 로 하여

$2b/B$ 값을 漸次 增加시켜 그값이 0.2로부터 0.6까지 되었을때, K_t 는 e/c 값의 大小에 關係없이 增加함을 나타내고 있으며, 또한 똑같은 $2b/B$ 의 變動에 대하여 偏心거리가 增加할 수록 應力集中現象도 더욱 急激히 增加함을 볼 수 있다.

이러한 應力集中現象은 Fig.4.와 Fig.5.의 두 graph를 比較하여 볼때, 同一한 條件下에서 Fig.5.에 나타난 K_t 의 값이 Fig.4.에 비해 全般的으로 적게 나타난 것으로 보아, 이는 板의 縱橫比가 커짐에 따라서 어느程度 應力集中緩和 現象을 招來함을 意味한다고 볼 수 있다.

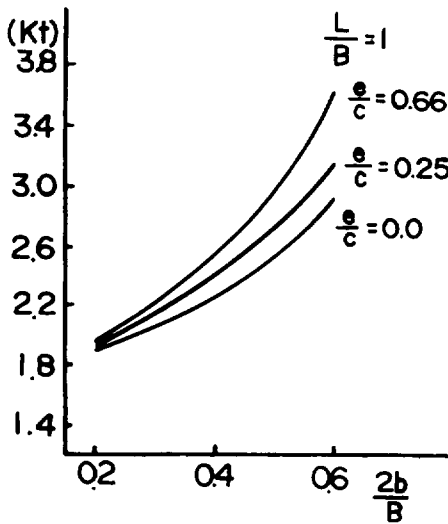


Fig.4. Relation between stress concentration factor and eccentric e .

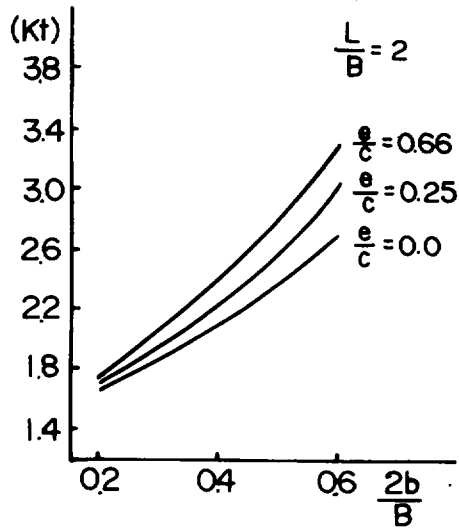


Fig.5. Relation between stress concentration factor and the ratio of notch length to width of plate. ($L = 2B$)

[實驗Ⅲ]

孔穴 notch가 荷重軸에 垂直인 方向과 이루는 角 β 의 變化가, 노치自由周邊에서의 應力集中에 미치는 影響을 考察하기 爲해서, 亦是 前項에서와 마찬가지로 $2B = 60$, $\rho = 2$ 로 一定하게 하고, b/B 와 β 를 各已 parameter로 하여 $b = 6, 12, 18$ 에 대해 β 를 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 로 變化시켜 實驗을 實施하였다.

Fig.6.은 矩形板의 縱橫比 $L/B = 1$ 인 境遇에 대해서, b/B 를 parameter로 하여 應力集中係數 K_t 와 角 β 의 關係를 나타낸 graph이며, Fig.7.은 矩形板

의 縱橫比 $L/B = 2$ 인 境遇에 대해서, β 를 parameter로 하여 K_t 와 b/B 의 關係를 나타낸 graph이다.

Fig.6.에서 보는바와 같이 $L/B = 1$ 로 固定한 狀態下에서 漸次 β 의 값을 增加시키면 b/B 의 크기에 無關係하게 K_t 의 舉動은 下降狀態를 나타내고 있으며, 똑같은 β 變動에 對하여 孔穴노치 길이가 적어졌을때 크게 應力集中緩和現象을 보여준다. Fig.7.의 graph를 考察해 보면, $L/B = 2$ 로 固定한 狀態下에서 漸次 b/B 의 값을 增加시켜 0.2로부터 0.6까지 變化하였을때, K_t 의 舉動은 β 의 값에 關係없이 上昇傾向을 나타내고 있음을 알 수 있으며, 同時에 同一한 b/B 의

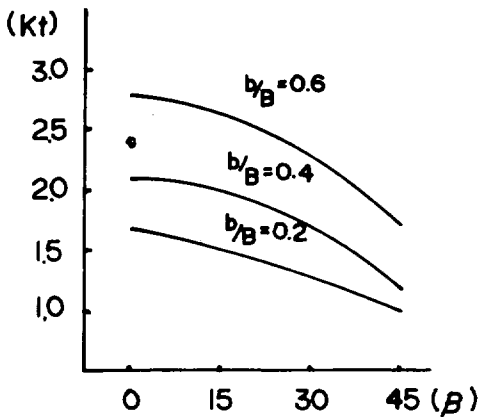


Fig. 6. Relation between stress concentration factor and angle β .

값에 對해서는 β 의 값이 적어짐에 따라 增加狀態에 있음도 아울러 알 수 있다. 또한 Fig. 6. 과 Fig. 7. 의 두 graph를 同時에 考察해 볼 때, b/B 의 값은 減少하면서 β 의 값 및 縱橫比 값이 增加함에 따라 應力集中緩和現象의 結果를 가져올 수 있음을 두 graph는 잘 나타내 주고 있다.

摘 要

孔穴形 notch를 갖는 矩形板에 引張이 주어지면 다

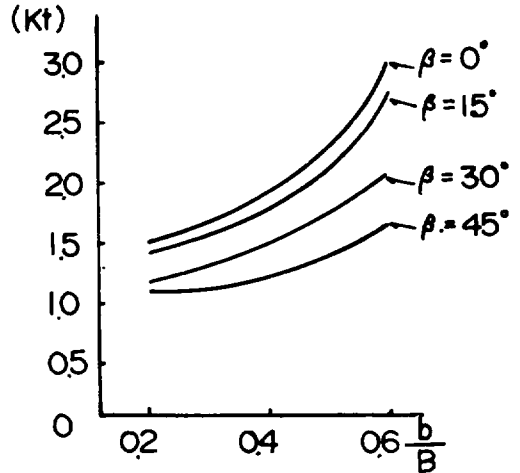


Fig. 7. Relation between stress concentration factor and the ratio of notch length to width of plate. ($L = 2B$)

음과 같은 諸現象이 일어남을 要約할 수 있다.

- 1) L/B 는 적을수록, $b/2B$ 는 커질수록 應力集中係數는 增加하나, $b/2B \geq 0.5$ 일때 부터는 急激히 增加한다.
- 2) e/C 및 $2b/B$ 가 적어질수록 應力集中係數도 작아진다.
- 3) b/B 와 β 를 함께 變動하는 것으로 하여 K_t 를 생각하면, β 는 커질수록 K_t 는 減少하고, 反面 b/B 는 커질수록 增加한다.

引 用 文 獻

藤井太一(1957); 重複切欠の形狀係數について, 日本材料試驗, 6(45), 352~355.
 Heywood, R. B. (1970); Designing by photo elasticity, p.163, London.
 平野富士夫(1955); 二次元彈性體の形狀係數の研究, 日本機論, 17(61), 16~17.
 J. W. Dally & W. F. Riley (1965); Experimental Stress Analysis, Mc-graw Hill, 220~240.
 機械設計便覽編集委員會(1980); 機械設計便覽, 丸善, 579~581, 603~604.

金東基(1977); 重複應力集中率에 關한 研究 (I), 釜山 水大研報 17(1,2), 33~38.
 日本機械學會編(1977); 日本機械工學便覽, 日本機械學會, 4~16.
 西原利夫(1966); 腐蝕疲勞に於ける應力狀態と 腐蝕効果, 日本材料試驗, 4(21), 154~159.
 西田正孝(1973); 應力集中, 森北出版,
 辻二郎·西田正孝·河田幸三(1965); 光彈性實驗法, 日刊工業, 111, 237.